أكاديمية الحوت في الرياضيات

الحوت في الرياضيات

للصف الثالث الثانوي

الجبر

أ. سعد حجازي
01282619484



جبر وهندسة فراغية وصف ٢٠٢٠ دور ثالث

⑬ في المثلث أ ب جـ إذا كان :-

$$\begin{vmatrix} أ + ٢ & ٣ & جا جـ \\ ١ & ب & ٠ \\ ٢ & ٣ & جا جـ \end{vmatrix} = ١٢$$

حيث أ ، ب ، جـ أطوال أضلاع المثلث أ ب جـ ، فإن مساحة السطح للمثلث أ ب جـ = ... وحدة مساحة.

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٢٤ (د) ٨

(ع)

(أ + ٢) (ب جا جـ) + ٣ (- جا جـ) + جا جـ (٣ - ٢ ب) = ١٢

أ ب جا جـ + ٢ ب جا جـ - ٣ جا جـ + ٣ جا جـ - ٢ ب جا جـ = ١٢

∴ أ ب جا جـ = ١٢

∴ م △ أ ب جـ = ٦ وحدة مساحة

⑭ في مفكوك $\left(\sqrt{س} + \frac{١}{س}\right)^{٨}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان $ح_٥$ ، $ح_٤$ ، $ح_٧$ ، $ح_٦$ كميات متناسبة فإن قيمة س = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٢}$ (د) $\frac{٨}{٥}$

(ع)

$$\frac{ح_٥}{ح_٤} = \frac{ح_٧}{ح_٦}$$

$$\frac{٨ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{س^{-\frac{٣}{٢}}}{س^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٨ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{س^{-\frac{٣}{٢}}}{س^{\frac{١}{٢}}}$$

$٤ س^{-١٫٥} = \frac{١}{٢} س^{-١٫٥}$

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$

$س = \frac{١}{٢}$

⑮ إذا كان $ع_١$ ، $ع_٢$ عددان مركبان ،

$ع_١ = هـ^{٥ + ل \pi ت}$ ،

$ع_٢ = هـ^{(٥ + ل ت) \pi}$

حيث $-\frac{١}{٢} < ل < \frac{١}{٢}$

فإن السعة الأساسية للعدد المركب $ع_١ + ع_٢$ يمكن أن تساوي ....

(أ) $\frac{-\pi}{٢}$ (ب) $\frac{٢\pi}{٣}$ (جـ) π (د) $\frac{-\pi}{٦}$

$ع_١ = هـ^{٥} \times هـ^{ل \pi ت}$ ، $ع_٢ = هـ^{٥\pi} \times هـ^{ل \pi ت}$

$ع_١ + ع_٢ = (هـ^{٥} + هـ^{٥\pi}) [جتا ل\pi + ت جا ل\pi]$

$-\frac{١}{٢} < ل < \frac{١}{٢}$

$جتا -\frac{\pi}{٢} < جتا ل\pi < جتا \frac{\pi}{٢}$

$\theta = \frac{-\pi}{٦}$

⑯ قياس الزاوية المحصورة بين المستوى س ص والمستوى $س + \sqrt{٣} ع - ٧ =$ صفر يساوي ....°

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٥

(ع)

معادلة المستوى س ص هي ع = ٠

$\vec{ن}_١ = (٠ ، ٠ ، ١)$

$\vec{ن}_٢ = (١ ، ٠ ، \sqrt{٣})$

$$جتا \theta = \frac{\vec{ن}_١ \cdot \vec{ن}_٢}{\|\vec{ن}_١\| \|\vec{ن}_٢\|} = \frac{٠ + ٠ + \sqrt{٣}}{\sqrt{١} \times \sqrt{١ + ٣}}$$

$\theta = ٣٠°$

⑨ جيوب تمام الاتجاه للمتجه
$\overrightarrow{أ} = (-٢ك ، ٢ك ، ك)$ حيث
ك ∈]٠ ، ١[هي ...

أ) $\left(-\frac{٢}{٣} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{١}{٣}\right)$
ب) $\left(\frac{-٢ك}{٣} ، \frac{٢ك}{٣} ، \frac{-ك}{٣}\right)$
جـ) $\left(-\frac{٢}{٣} ، -\frac{٢}{٣} ، -\frac{١}{٣}\right)$
د) $\left(\frac{٢ك}{٣} ، \frac{٢ك}{٣} ، \frac{ك}{٣}\right)$

$|\overrightarrow{أ}| = \sqrt{٤ك^٢ + ٤ك^٢ + ك^٢} = ٣ك$

$\left(\frac{-٢ك}{٣ك} ، \frac{٢ك}{٣ك} ، \frac{ك}{٣ك}\right)$

⑩ في مفكوك $(١ + س)^{٢٠}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان
معامل $ح_{ر+٢}$ = معامل $ح_{ر+٤}$
فإن قيمة ر = ...

أ) ٩ ب) ٨ جـ) ١٠ د) ١١

الحل

معامل $ح_{ر+٢}$ = معامل $ح_{ر+٤}$

$^{٢٠}ق_{ر+١} = {}^{٢٠}ق_{ر+٣}$

ر + ١ = ر + ٣ ✗ | ٢ر + ٤ = ٢٠
٢ر = ١٦
ر = ٨

⑪ البعد العمودي بين النقطة (٢ ، ٤ ، ٧) والخط المستقيم
$٢س - ٤ = \frac{٢ص - ٨}{٣} = \frac{٢ع - ١٤}{٥}$
يساوي .... وحدة طول

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٥

طول هـ د = $\frac{\|\overrightarrow{ب هـ} \times \overrightarrow{م}\|}{\|\overrightarrow{م}\|}$

هـ (٢ ، ٤ ، ٧) ب (٢ ، ٤ ، ٧)
هـ $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{٣}{٢} ، \frac{٥}{٢}\right)$
$\overrightarrow{ب هـ} = \overrightarrow{هـ} - \overrightarrow{ب} = (٠ ، ٠ ، ٠)$

⑫ إذا كان أ ب جـ مثلث فيه النقطة د منتصف $\overline{ب جـ}$ ، أ (٣ ، ١ ، ٥) ، ب (٢ ، ٣ ، ٧) ، جـ (٠ ، ٣ ، ١)
فإن $\overline{أ د}$ طوله = ... وحدة طول

أ) ٩ ب) ٢ جـ) ٧ د) ٣

الحل

أ (٣ ، ١ ، ٥) ، ب (٢ ، ٣ ، ٧) ، جـ (٠ ، ٣ ، ١) ، د (١ ، ٣ ، ٤)

$أد = \sqrt{(٣-١)^٢ + (١-٣)^٢ + (٥-٤)^٢} = ٣$

① إذا كانت ١، ω، ω² هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فإن قيمة المحدد :-

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & 1-\omega \\ 1 & -1 & 1+\omega \\ 1 & \omega & \omega \end{vmatrix} = \ldots$$

(أ) $1-\omega$ (ب) ω^2 (ج) ω (د) $1+\omega^2$

الحل

ص١ − ص٢ ، ص١ − ص٣

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & 1-\omega \\ 0 & 1+\omega & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1(1+\omega)\times -1$$

$$= -\omega^2 \times -1$$

$$\omega^2$$

② إذا كان $ع_1 = 15\left(جتا\frac{\pi}{2} + ت\, جا\frac{\pi}{2}\right)$ ، $ع_2 = 3\left(جتا\,\theta + ت\, جا\,\theta\right)$ حيث $\theta \in \left]0 ، \frac{\pi}{2}\right[$ فإن $\frac{ع_1}{ع_2} = \ldots$

(أ) $5\left(جتا\,\theta + ت\, جا\,\theta\right)$

(ب) $12\left(جتا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + ت\, جا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$

(ج) $5\left(جتا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + ت\, جا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$

(د) $15\left(جا\,\theta + ت\, جتا\,\theta\right)$

الحل

$$\frac{ع_1}{ع_2} = \frac{15}{3}\left[جتا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + ت\, جا\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]$$

= (ج)

③ إذا كان الحد الخالي من س في مفكوك $\left(س^3 + \frac{5}{س}\right)^ن$ حسب قوى س التنازلية هو $ح_7$ فإن قيمة ن = ...

(أ) ٩ (ب) ٧ (ج) ١٠ (د) ٨

الحل

$$ح_7 = {}^{ن}ق_6 \left(\frac{5}{س}\right)^6 \left(س^3\right)^{ن-6}$$

$$3ن - 18 - 6 = 0$$

$$3ن = 24$$

$$ن = 8$$

④ إذا كان المستقيمان $ل_1 : \vec{ر} = (1 ، 2 ، 3) + ك(-1 ، 3 ، 4)$ ، $ل_2 : \vec{ر} = (-2 ، 5 ، -1) + ك(م ، ن ، 1)$ متعامدين فإن : $3ن - م = \ldots$

(أ) -4 (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{-4}{3}$ (د) 4

$$\vec{ه_1} \cdot \vec{ه_2} = 0$$

$$-م + 3ن + 4 = 0$$

$$\therefore 3ن - م = -4$$

(١٧) معادلة الكرة التي مركزها (−١، ٠، ٥) وحجمها ٣٦ π وحدة حجم هي ....

أ) $(س+1)^2 + ص^2 + (ع-5)^2 = 36$

ب) $(س-1)^2 + ص^2 + (ع+5)^2 = 6$

ج) $(س+1)^2 + ص^2 + (ع-5)^2 = 27$

د) $(س+1)^2 + ص^2 + (ع-5)^2 = 9$

الحل

حجم الكرة $= \frac{4}{3} \pi نق^3 = 36 \pi$

$نق^3 = 27 \quad \therefore نق = 3$

$(س+1)^2 + (ص-0)^2 + (ع-5)^2 = 9$

(١٨) إذا كانت النقطة أ $(\sqrt{ك}، -\sqrt{ك})$ تمثل العدد المركب ع على شكل أرجاند، حيث ك > ١ فإن الصورة الأسية للعدد ع

أ) $\sqrt{2ك}\ هـ^{-\frac{\pi}{4} ت}$

ب) $\sqrt{2}\ ك\ هـ^{-\frac{\pi}{4} ت}$

ج) $\sqrt{2ك}\ هـ^{\frac{\pi}{4} ت}$

د) $\sqrt{2}\ ك\ هـ^{\frac{\pi}{4} ت}$

الحل

$|أ| = \sqrt{(\sqrt{ك})^2 + (\sqrt{ك})^2} = \sqrt{2ك}$

ظا θ = ١ θ = ٤٥ الرابع

السعة (−٤٥)

(١٩) إذا كان $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن-1}ق_{ر} = 3 : 1$

فإن $\lfloor \frac{4ن}{ر}$ = ...

أ) ٢٤ ب) ١٢٠ ج) ٧٢٠ د) ٥٠٤٠

الحل

$\frac{3}{1} = \frac{\lfloor ن}{\lfloor ن-ر \times \lfloor ر} \times \frac{\lfloor ن-1-ر \times \lfloor ر}{\lfloor ن-1}$

$\frac{3}{1} = \frac{ن \lfloor ن-1}{(ن-ر)\lfloor ن-ر-1} \times \frac{\lfloor ن-ر-1}{\lfloor ن-1}$

$\frac{3}{1} = \frac{ن}{ن-ر}$

$3ن - 3ر = ن$

$2ن = 3ر$

$\lfloor \frac{6}{1} = 720$

(٢٠) إذا كان $\overrightarrow{ى}$ هو متجه الوحدة العمودي على المستوى للمتجهين $\overrightarrow{أ}$، $\overrightarrow{ب}$ حيث $\overrightarrow{ى} = \left(\frac{3}{5}، 0، \frac{4}{5}\right)$، وكان $\|\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب}\| = 5$، فإن $(3\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}) \times (4\overrightarrow{أ} + 2\overrightarrow{ب})$ = ...

أ) (٣، ٠، ٤) ب) (٣٠، ٠، ٤٠) ج) (−٣٠، ٠، −٤٠) د) (٦، ٠، ٨)

الحل

$12\overrightarrow{أ}\times\overrightarrow{أ} + 6\overrightarrow{أ}\times\overrightarrow{ب} + 4\overrightarrow{ب}\times\overrightarrow{أ} + 2\overrightarrow{ب}\times\overrightarrow{ب}$

$2\overrightarrow{أ}\times\overrightarrow{ب}$

$\because |\overrightarrow{أ}\times\overrightarrow{ب}| = 5 \quad \therefore$ الإجابة د

(٢) إذا كان معامل الحد الذي يحتوي على $س^٤$ في مفكوك $\left(س + \frac{P}{س^٢}\right)^٧$ يساوي ٤٩ فإن قيمة الثابت P = ...

P) −٧ ب) ٤٩ ح) −٤٩ ء) ٧ ✓

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{٧}ق_{ر} \left(\frac{P}{س^٢}\right)^{ر} (س)^{٧-ر}$

٧ − ٣ر = ٤ ∴ ر = ١

$ح_٢ = {}^{٧}ق_{١} \left(\frac{P}{س^٢}\right)^{١} (س)^{٦}$

${}^{٧}ق_{١} \times P = ٤٩$

∴ P = ٧

(٢) إذا كانت $P = \begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٢ & ك & ٦ \\ ٥ & ٧ & ٩ \end{pmatrix}$ ، ر(P) = ٣ فإن ك ∈ ....

P) {٤} ب) ح − {٠}

ح) ح − {٤} ✓ ء) ح − {٦}

الحل

١(٩ك − ٤٢) − ٢(١٨ − ٣٠) + ٣(١٤ − ٥ك) = ٠

٩ك − ٤٢ + ٢٤ + ٤٢ − ١٥ك = ٠

٦ك = ٢٤

ك = ٤

|P| = ٠ عندما ك ∈ {٤}

ر(P) = ٣ ∴ |P| ≠ ٠ ∴ ك ∈ ح − {٤}

(٣) في المثلث P ب ح إذا كان

$\begin{vmatrix} P^٢ & ح^٢ & -ب^٢ \\ ١ & ١ & -٢ \\ ٠ & ١ & -١ \end{vmatrix} = P\,ح$ ،

حيث P، ب، ح أطوال أضلاع المثلث P ب ح فإن ق(∠ب) = ...°

P) ٤٥ ب) ٩٠ ح) ٦٠ ✓ ء) ١٢٠

الحل

$P^٢(-١+٢) - ح^٢(-١) - ب^٢(١) = P\,ح$

$P^٢ + ح^٢ - ب^٢ = P\,ح$

∴ $\frac{P^٢ + ح^٢ - ب^٢}{P\,ح} = ١$

٢ جتاب = ١ (ب = ٦٠°)

الصورة المتجهة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة P(٢، −١، ٤) ويوازي منصف الزاوية بين $\overleftarrow{وص}$، $\overleftarrow{وع}$ في المستوى ص ع هي ....

P) $\vec{ر} = (٢، −١، ٤) + ك(٠، ١، ١)$ ✓

ب) $\vec{ر} = (٢، −١، ٤) + ك(٠، −١، ١)$

ج) $\vec{ر} = (٢، −١، ٤) + ك(−١، ٠، ١)$

ء) $\vec{ر} = (٢، −١، ٤) + ك(١، ٠، −١)$

جيوب تمام الاتجاه (٩٠°، ٤٥°، ٤٥°)

$\vec{ه} = (جتا٩٠، جتا٤٥، جتا٤٥)$

$\vec{ه} = (٠، ١، ١)$

$\vec{ر} = (٢، −١، ٤) + ك(٠، ١، ١)$

٥) إذا كان $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} \overrightarrow{ج} = ٤\overrightarrow{س} + ١٢\overrightarrow{ص} + ٩\overrightarrow{ع}$

حيث $\overrightarrow{أ} = (٠، -١، ٣)$، $\overrightarrow{ب} = (٤، -٢، ١)$

فإن ج = ...

(أ) $٨\overrightarrow{س} + ١٣\overrightarrow{ص} + ١٣\overrightarrow{ع}$

(ب) $٨\overrightarrow{س} + ١١\overrightarrow{ص} + ٧\overrightarrow{ع}$ ✓

(ج) $٨\overrightarrow{س} + ٩\overrightarrow{ص} + ٧\overrightarrow{ع}$

(د) $٨\overrightarrow{س} + ١٣\overrightarrow{ص} - ٧\overrightarrow{ع}$

$\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب ج} = (٤، ١٢، ٩)$

$\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ج} - \overrightarrow{ب} = (٤، ١٢، ٩)$

$\overrightarrow{ج} = (٤، ١٢، ٩) + (٤، -٢، ١) - (٠، -١، ٣)$

$\overrightarrow{ج} = (٨، ١١، ٧)$

٦) قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} \omega^{ن+٤} & \omega^{ن+٣} & \omega^{ن+٢} \\ \omega^{ن+٥} & \omega^{ن+٤} & \omega^{ن+٣} \\ \omega^{ن+٦} & \omega^{ن+٥} & \omega^{ن+٤} \end{vmatrix}$$

= ---- حيث ن ∈ ص$^+$

(أ) صفر ✓ (ب) $\omega^{ن+٢}$ (ج) $\omega^{ن}$ (د) $\omega^{ن+٣}$

(أك)

سحب $\omega^{ن+٢}$ عامل مشترك من ص١

سحب $\omega^{ن+٣}$ عامل مشترك من ص٢

$$\omega^{ن+٢} \times \omega^{ن+٣} \begin{vmatrix} \omega^{ن+٢} & \omega^{ن} & ١ \\ \omega^{ن+٢} & \omega^{ن} & ١ \\ \omega^{ن+٦} & \omega^{ن+٥} & \omega^{ن+٤} \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

لأن ص١ = ص٢

٧) الصورة العامة لمعادلة المستوى الذي يمر بالنقطة (-٢، ٢، -١) ويوازي المستوى الذي معادلته $(٢، ٣، -٥) \cdot \overrightarrow{ر} = ١$ معادلته هي ......

(أ) ٢س + ٣ص - ٥ع = -٧

(ب) ٢س + ٢ص - ع = ١

(ج) ٢س - ٣ص + ٥ع = -٧

(د) ٢س + ٣ص - ٥ع = ٧ ✓

(أك)

$\overrightarrow{ن} (٢، ٣، -٥)$ $\overrightarrow{أ} (-٢، ٢، -١)$

$(٢، ٣، -٥) \cdot \overrightarrow{ر} =$ ~~-٤ + ٦ + ٥~~ ٧

٢س + ٣ص - ٥ع = ٧

٨) إذا كانت ١، ω، ω² هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح حيث أ، ب أعداد حقيقية موجبة فإن مرافق العدد أω + بω² هو...

(أ) أω² - بω (ب) أω - بω² (ج) أω² + بω ✓ (د) أω + بω²

(أك)

$-\frac{1}{2}أ + \frac{\sqrt{3}}{2}أت - \frac{1}{2}ب - \frac{\sqrt{3}}{2}ب ت$

$-\frac{1}{2}(أ+ب) + \frac{\sqrt{3}}{2}(أ-ب) ت$

المرافق نغير إشارة ت في التخيلي

الاختيار (ج) $-\frac{1}{2}أ - \frac{\sqrt{3}}{2}أت - \frac{1}{2}ب + \frac{\sqrt{3}}{2}ب ت$

→ $-\frac{1}{2}(أ+ب) - \frac{\sqrt{3}}{2}(أ-ب) ت$

حل آخر: $\overline{أω + بω^2} = \overline{أω} + \overline{بω^2}$

$= أω^2 + بω$